

FORMULARIO DI FISICA TECNICA

A cura di Tobia Piccoli

Elenco dei capitoli

Convenzioni

Conversioni unità

Termodinamica 1

Fluidodinamica

Termodinamica 2

Sostanze omogenee

Gas perfetti

Combustione

Cicli termodinamici

Sistemi gassosi a più componenti non reagenti

Generalità sulla trasmissione del calore

Conduzione

Convezione

Irraggiamento

Scambiatori di calore

Convenzioni

	→ +	<i>fatto dal sistema</i>
<i>Lavoro</i>	→ -	<i>subito dal sistema</i>
	→ +	<i>ciclo percorso in senso orario</i>
<i>Lavoro</i>	→ -	<i>ciclo percorso in senso antiorario</i>
	→ +	<i>assorbito dal sistema</i>
<i>Calore</i>	→ -	<i>rilasciato dal sistema</i>

Conversioni unità

	<i>Atm</i>	<i>Pa</i>	<i>mmHg</i>	<i>bar</i>	<i>ata</i>	<i>psi</i>
<i>Atm</i>	1	101317	760	1.013	1.033	14.513
<i>Pa</i>	$9.87 \cdot 10^{-6}$	1	0.0075	10^{-5}	$1.02 \cdot 10^{-5}$	$1.45 \cdot 10^{-4}$
<i>mmHg</i>	$1.315 \cdot 10^{-3}$	133,3	1	0.00133	$1.359 \cdot 10^{-3}$	0.0193
<i>bar</i>	0.9871	10^5	751.8	1	1.019	144.92
<i>ata</i>	0.9680	98039	735.56	0.981	1	14.224
<i>psi</i>	0.0689	6894.76	51.715	0.069	0.0703	1
	<i>J</i>	<i>cal</i>	<i>BTU</i>	<i>HP · h</i>		
<i>J</i>	1	0.238	$9.478 \cdot 10^{-4}$	$3.726 \cdot 10^{-7}$		
<i>cal</i>	4.186	1	$3.96 \cdot 10^{-3}$	$1.559 \cdot 10^{-6}$		
<i>BTU</i>	1055.05	252	1	$3.93 \cdot 10^{-4}$		
<i>HP</i>	$2.684 \cdot 10^6$	$6.412 \cdot 10^5$	2544.4	1		

Termodinamica 1

Lavoro di volume

$$L = \int_i^f p dV$$

Entalpia

$$h = u + pv$$

I° principio per sistemi chiusi

$$du = \delta q - \delta L$$

se solo lavoro di volume:

$$du = \delta q - p dv$$

differenziando e sostituendo l'espressione dell'entalpia:

$$dh = \delta q + v dp$$

Calore specifico

$$c = \frac{\delta q}{d\theta}$$

Trasformazioni isocore, isobare, isoterme

$$\text{isocore: } c_v = \left(\frac{\delta u}{\delta \theta}\right)_v \quad u_2 - u_1 = c_v (\theta_2 - \theta_1)$$

$$\text{isobare: } c_p = \left(\frac{\delta h}{\delta \theta}\right)_p \quad h_2 - h_1 = c_p (\theta_2 - \theta_1)$$

isoterme: il calore specifico tende all'infinito

Fluidodinamica

Fluidi incomprimibili

$$u(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} c_v d\theta + u_0$$

$$h(\theta) = \int_{\theta_0}^{\theta} c d\theta + v(p - p_0) + h_0$$

Equazione di Newton per la viscosità in moto laminare

$$\tau_{yx} = -\mu \frac{\delta w_x}{\delta y}$$

con μ coefficiente di viscosità e $\frac{\delta w_x}{\delta y}$ gradiente velocità in direzione normale al moto

Numero di Reynolds

$$Re = \frac{\rho \omega L_c}{\mu}$$

con ρ massa volumica del fluido, ω velocità di riferimento, L_c lunghezza caratteristica del problema e μ viscosità del fluido

Portata massica \dot{m} e portata volumica \dot{V}

$$\dot{m} = \frac{m}{\Delta\tau} = \frac{\rho \Delta V}{\Delta\tau} = \frac{\rho S \Delta s}{\Delta\tau} = \rho S \omega$$

con ΔV volume di fluido che ha attraversato la sezione in $\Delta\tau$, S sezione della tubazione e Δs spazio percorso dal fluido in $\Delta\tau$

$$\dot{V} = S \omega$$

Equazione di continuità (conservazione della massa per sistemi aperti)

$$\rho_1 \omega_1 S_1 = \rho_2 \omega_2 S_2$$

Equazione dell'energia meccanica in regime stazionario a due correnti

in termini specifici (altrimenti si moltiplica per \dot{m}) e regime stazionario:

$$\Delta e_c + \Delta e_p + R_{1-2} + \int_1^2 v dp + l_t = 0$$

$\Delta e_c = \frac{\alpha(w_2^2 - w_1^2)}{2}$ variazione dell'energia cinetica, α vale 2 per moto laminare, mentre per un generico moto $\alpha \simeq 1$

$\Delta e_p = g(z_2 - z_1)$ variazione energia potenziale tra quota uscita e quota ingresso

R_{1-2} perdite di carico (continue e localizzate)

$\int_1^2 v dp$ lavoro di volume, v volume specifico e p pressione

l_t lavoro tecnico, effettivamente ottenuto o fornito

Equazione di Bernoulli

$$\frac{(w_2^2 - w_1^2)}{2} + g(z_2 - z_1) + v(p_2 - p_1) = 0$$

Perdite di carico continue

$$\Delta p = f \frac{l}{d} \frac{1}{2} \rho \omega^2$$

con f fattore di attrito, l e d lunghezza e diametro (idraulico per tubazioni cilindriche) della tubazione

Rugosità relativa tubazione

$$S = \frac{\varepsilon}{d}$$

ε rugosità media tubazione

Fattore di attrito - formula di Swamee e Jain

$$f = \frac{1.325}{\ln\left(\frac{\varepsilon}{3.7d} + 5.74Re^{-0.9}\right)}$$

valida per $5000 < Re < 10^8$ e $10^{-6} < s < 10^{-2}$

Fattore di attrito - formula di Moody

$$f = 5.5 \cdot 10^{-3} \left[1 + \left(20000s + \frac{10^6}{Re} \right)^{\frac{1}{3}} \right]$$

valida per $4000 < Re < 10^7$ e $s < 10^{-2}$

Perdite di carico localizzate

$$\Delta p = k \frac{1}{2} \rho \omega^2$$

k è una costante tabulata che dipende dal tipo di perdita localizzata (gomiti, curve etc.)

Numero di Reynolds

espressione specifica per tubature circolari

$$Re = \frac{\omega \phi_{int}}{\nu}$$

ν è la viscosità cinematica: $\nu = \frac{\mu}{\rho}$

Termodinamica 2

I° principio per sistemi aperti

in termini specifici e regime stazionario:

$$\Delta e_c + \Delta e_p + \Delta h = q - l_t$$

dove Δh è la variazione di entalpia del fluido

Rendimento ciclo di Carnot

$$\eta_c = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

con Q_1 calore scambiato nell'isoterma superiore e Q_2 calore scambiato nell'isoterma inferiore; $T_1 > T_2$ e espresse in Kelvin

Entropia

$$ds = \frac{\delta Q}{T}$$

Bilancio entropico per sistemi chiusi

in termini specifici:

$$s_2 - s_1 = \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{T_i} + \Delta s_{irr}$$

Bilancio entropico per sistemi chiusi

$$\sum_{i=1}^n \dot{m} S_i + \frac{\delta}{\delta \tau} (\int_V \rho s dV) = \sum_{j=1}^m \frac{Q_j}{T_j} + S_{irr}$$

in condizioni di stazionarietà il termine derivativo si annulla

Sostanze omogenee

Titolo di vapore

$$x = \frac{m_v}{m_v + m_l}$$

con m_v massa del vapore e m_l massa della fase liquida

Equazione di Clapeyron

$$r = \frac{dp}{dT} T (v_v - v_l)$$

con r calore latente, v_v volume del vapore, v_l volume liquido

Proprietà termodinamiche vapore saturo

$$h_x = h_l + x h_d = h_l + x r$$

$$s_x = s_l + x \frac{q_{lv}}{T_s} = s_l + x \frac{r}{T_s}$$

dove q_{lv} è il calore assorbito durante il cambiamento di fase

Proprietà termodinamiche liquido

$$u_1 \simeq u_{1'}$$

$$h_1 \simeq h_{1'} + v (p_1 - p_{1'})$$

$$s_1 = s_{1'}$$

con $1'$ appartenente alla curva limite inferiore ed 1 NON appartenente alla curva

Proprietà vapori surriscaldati

$$h_2 = h_v + \int_v^2 c_p dT$$

$$s_2 = s_v + \int_v^2 \frac{dT}{T}$$

Gas Perfetti

Volume molare

$$\bar{v} = \frac{V}{n}$$

con V volume del recipiente e n numero di moli

Equazione del viriale

$$p\bar{v} = A \left(1 + \frac{B}{\bar{v}} + \frac{C}{\bar{v}^2} + \frac{D}{\bar{v}^3} + \dots \right) = A \cdot Z$$

con A, B, C, \dots dipendenti da tipo di gas e temperatura. Z prende il nome di fattore di comprimibilità (tabellato)

Equazione dei gas perfetti

$$p\bar{v} = R_0 T$$

con R_0 costante universale dei gas ($8.3143 \frac{J}{mol \cdot K}$); moltiplicando per n :

$$pV = nR_0 T$$

moltiplicando per $\frac{\mu}{\mu}$, essendo $m = n\mu$ con μ peso molecolare, si ottiene:

$$pV = mRT$$

dove $R = \frac{R_0}{\mu}$ è la costante specifica del gas. Dividendo per la massa si ottengono:

$$pv = RT$$

$$\frac{p}{\rho} = RT$$

Relazioni tra calori specifici dei gas

$$c_p = c_v + R$$

$$c_v = \frac{1}{k-1} R$$

$$c_p = \frac{k}{k-1} R$$

$$\text{dove } k = \begin{array}{l} \nearrow \simeq 1.66 \text{ gas monoatomici} \\ \rightarrow \simeq 1.40 \text{ gas biatomici} \\ \searrow \simeq 1.33 \text{ gas triatomici} \end{array} \frac{c_p}{c_v}$$

Trasformazioni isocore

$$v = \frac{RT}{p} = \text{cost}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$q = \bar{c}_v (T_2 - T_1)$$

$$\int_1^2 p dv = 0$$

$$l_t = - \int_1^2 v dp$$

Trasformazioni isobare

$$p = \frac{RT}{v} = \text{cost}$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right)$$

$$q = \bar{c}_p (T_2 - T_1)$$

$$\int_1^2 p dv = p(v_2 - v_1)$$

$$l_t = - \int_1^2 v dp = 0$$

Trasformazioni isoterme

$$pv = cost$$

$$s_2 - s_1 = R \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right) = R \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$q = l_t = \int_1^2 p dv = - \int_1^2 v dp = RT \ln \frac{p_2}{p_1} = RT \ln \frac{v_2}{v_1}$$

Trasformazioni adiabatiche o isoentropiche

$$pv^k = cost$$

$$Tv^{k-1} = cost$$

$$pT^{\frac{k}{k-1}} = cost$$

$$l = c_v (T_1 - T_2) ; \text{ lavoro di volume}$$

$$l_t = c_p (T_1 - T_2)$$

Rendimento isoentropico di espansione e compressione

$$\begin{array}{l} \nearrow \text{ di compressione } \eta_{is,c} = \frac{L_{id}}{L_r} = \frac{h_2 - h_1}{h_2' - h_1} \\ \eta \\ \searrow \text{ di espansione } \eta_{is,e} = \frac{L_r}{L_{id}} = \frac{h_1 - h_2'}{h_1 - h_2} \end{array}$$

dove L_r è il lavoro reale di compressione o espansione, L_{id} il lavoro ideale, ed i pedici ' indicano la condizione reale

Compressione con interrefrigerazione

$$p_i = \sqrt{p_e p_u}$$

in tal caso p_i è la pressione intermedia che massimizza il risparmio di energia, p_e è la pressione di entrata del gas e p_u è la pressione di uscita

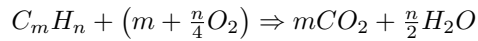
$r_p = \frac{p_m}{p_a}$; rapporto compressione, con p_m e p_a pressioni di mandata e di aspirazione

$$L_{tot} = m_a \left(p_a v_a - p_m v_m + \int_{v_a}^{v_m} v dp \right) = -m_a \int_{p_a}^{p_m} v dp$$

$\eta_v = \frac{V_a}{V_g} = 1 - \frac{V_n}{V_g} \left(r_p^{\frac{1}{k}} - 1 \right)$; rendimento volumetrico, con V_a volume aspirato ($V_a = V_n + V_g - V_{ap.valvola}$), V_n volume nocivo e V_g volume generato

Combustione

Generica reazione ossigeno - idrocarburo



Ossigeno, aria, fumi

$m_{O_2,s}^* = 2.67 [C] + 8 [H] + [S] - [O]$; massa di ossigeno per bruciare 1kg di combustibile in condizioni stechiometriche (adimensionale perchè è un rapporto stechiometrico). $[O]$ è presente solo nei combustibili contenenti ossigeno

$m_{a,s}^* = \frac{1}{0.23} m_{O_2,s}^*$; massa di aria stechiometrica (adimensionale perchè è un rapporto stechiometrico)

$\varepsilon = \frac{m_a^* - m_{a,s}^*}{m_{a,s}^*}$; coefficiente d'eccesso d'aria, con m_a^* massa d'aria effettivamente impiegata; $\varepsilon = 30\%$ per combustibili solidi, $\varepsilon = 20\%$ per combustibili liquidi e $\varepsilon = 10\%$ per combustibili gassosi

$m_f^* = m_a^* + 1 - [ceneri]$; massa effettiva dei fumi (adimensionale perchè è un rapporto stechiometrico)

Bilancio energetico della combustione

$$q = h_c(t_c) + (1 + \varepsilon) m_{a,s}^* h_a(t_a) - m_f^* h_f(t_f)$$

nel caso $t_a = t_f = t_c = t_0$ si osserva che il calore prodotto è indipendente dall'eccesso d'aria:

$$q^0 = h_c(t_0) + m_{a,s}^* h_a(t_0) - m_{f,s}^* [h_f(t_0)]_s$$

Rapporto poteri calorifici superiore e inferiore

$$H_i = H_s - m_{H_2O}^* r_0 ; \text{dove } r_0 \text{ è il calore latente di evaporazione}$$

Temperatura adiabatica di fiamma

$$t_{ad} = t_0 + \frac{H + m_a^* c_{p,a} \Big|_{t_0}^{t_a} (t_a - t_0)}{m_f^* c_{p,f} \Big|_{t_0}^{t_a}}$$

Rendimento di un generatore di calore

$$\eta_G = \frac{\dot{m}_{H_2O} (h_u - h_i)}{\dot{m}_c H_i} = 1 - \frac{P_{in} + P_d + P_f}{\dot{m}_c H_i}$$

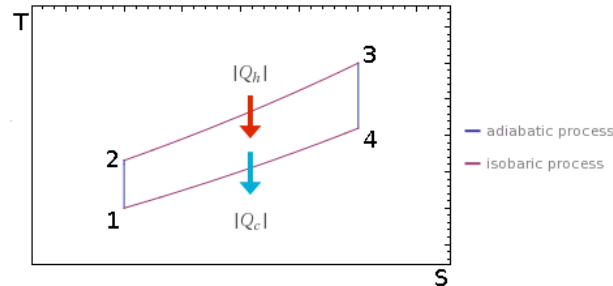
P_{in} per incombusti, molto piccole

P_d attraverso il mantello, tabulate in funzione della potenza del generatore

$$P_f = \frac{m_f^* c_{p,f} (t_f - t_0)}{H_i} \text{ al camino, legate a entalpia dei fumi}$$

Cicli termodinamici

Ciclo Rankine



$$\eta_t = \frac{(h_3 - h_4) - (h_2 - h_1)}{(h_3 - h_1)} = 1 - \frac{|q_{41}|}{|q_{23}|} = 1 - \frac{T_4}{T_3} \simeq \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_1)}$$

con T_4 temperatura al condensatore e T_{23} temperatura media in caldaia

$$l_{12} = - \int_1^2 v dp = -v(p_2 - p_1)$$

$$l_{34} = - \int_3^4 v dp = -\bar{v}(p_4 - p_3) = \bar{v}(p_2 - p_1)$$

Ciclo Hirn o a vapore surriscaldato

$$\eta_t \simeq \frac{(h_3 - h_4)}{(h_3 - h_1)} ; 3 \text{ è il punto di massima temperatura}$$

Ciclo di Rankine a ri-surriscaldamento

$$\eta_t = \frac{\sum \Delta h_{i,t} - \Delta h_p}{\sum h_{i,G}} \simeq \frac{\sum \Delta h_{i,t}}{\sum h_{i,G}}$$

con $\Delta h_{i,t}$ salti entalpici negli stadi della turbina, Δh_p salto entalpico nella pompa e $\Delta h_{i,G}$ salti entalpici nel generatore i calore

Rendimento termico reale cicli a vapore

$$\eta_{t,r} = \frac{\eta_{is,e} l_{id,t} - l_{id,p} / \eta_{is,c}}{q_{23}}$$

ricordando che $l_{id,t} = h_3 - h_4$, $l_{id,p} = h_2 - h_1$ e $q_{23} = h_2 - h_1$

Rendimento impianto produzione energia elettrica con ciclo Rankine

$\eta_{tot} = \eta_G \eta_t \eta_m \eta_e$; η_G del generatore di calore, η_t del ciclo termico, η_m della turbina e del giunto, η_e elettrico

Potenza elettrica prodotta dall'impianto

$$P = \dot{m} H_i \eta_{tot}$$

Consumo termico specifico

$$\varphi = \frac{3600}{\eta_{tot}} \left[\frac{kJ}{kWh} \right]$$

Consumo specifico combustibile

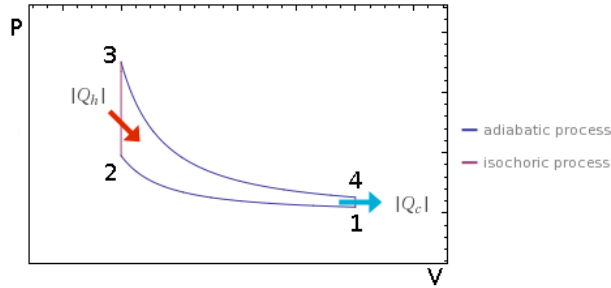
$$CSC = \frac{3600}{\eta_{tot} H_i} \left[\frac{kg_{comb}}{kWh} \right]$$

Consumo specifico vapore

$$CSV = \frac{3600}{l_{r,t}} \left[\frac{kg_{vapo}}{kWh} \right]$$

con $l_{r,t}$ lavoro specifico reale della turbina

Ciclo Otto



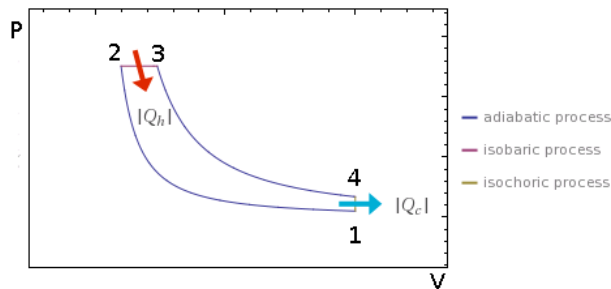
$r_v = \frac{v_4}{v_3}$; rapporto volumetrico di compressione

$r_t = \frac{T_2}{T_1}$; rapporto di temperatura

$$\eta = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{1}{r_t} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}}$$

$p_m = \frac{\eta c_v (T_3 - T_2)}{v_1 - v_2}$; pressione media ciclo Otto

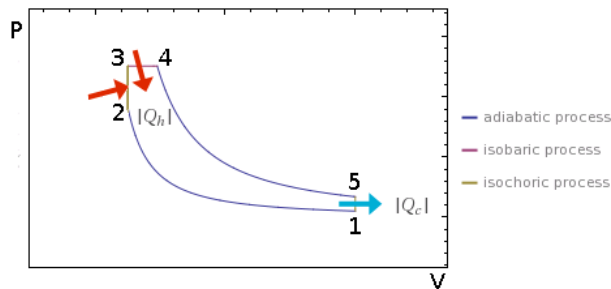
Ciclo Diesel



$r_c = \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2}$; rapporto volumetrico di combustione

$$\eta = 1 - \frac{(T_4 - T_1)}{k(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}} \left[\frac{r_c^k - 1}{k(r_c - 1)} \right]$$

Ciclo Sabathé



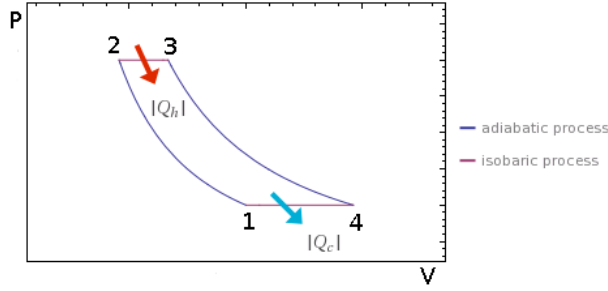
$r_p = \frac{p_3}{p_2} = \frac{T_3}{T_2}$; rapporto di combustione a volume costante

$r_c = \frac{v_4}{v_3} = \frac{T_4}{T_3}$; rapporto di combustione volumetrico a pressione costante

$$\eta = 1 - \frac{T_5 - T_1}{(T_3 - T_2) + k(T_4 - T_3)} = 1 - \frac{1}{r_v^{k-1}} \frac{r_p r_c^k - 1}{(r_p - 1) + k r_p (r_c - 1)}$$

se $r_c = 1$ si ottiene l'espressione del ciclo Otto, se $r_v = 1$ si ottiene l'espressione del ciclo Diesel

Ciclo Brayton - Joule



$$\eta = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{|q_{41}^-|}{q_{23}^+} = 1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}$$

con T_4 temperatura all'uscita turbina, T_1 temperatura ingresso compressore, T_3 temperatura ingresso turbina (uscita camera combustione) e T_2 temperatura uscita compressore

$r_{p,ott} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = \sqrt{r_{p,max}}$; rapporto di compressione ottimale per massimo lavoro

$l_n^* = \frac{l_n}{c_p T_1} = \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \left(r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)$; lavoro netto specifico, differenza fra fatto da turbina e assorbito da compressore

Ciclo Brayton - Joule reale

si distingue dall'ideale per la presenza di irreversibilità in compressione ed espansione

$$\eta_t = \frac{\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}}}{\frac{T_3}{T_1} - 1 - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}}}$$

$r_{p,ott,L} = \left(\frac{T_3}{T_1} \eta_{is,e} \eta_{is,c}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}}$; rapporto ottimale pressioni per ciclo reale per massimo lavoro

$$l_{n,r}^* = \left[\eta_{is,e} \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}}}\right) - \frac{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\eta_{is,c}} \right]; \text{ lavoro netto specifico reale}$$

Ciclo Brayton - Joule con rigenerazione

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_3} r_p^{\frac{k-1}{k}}$$

$$r_{p,max} = \left(\frac{T_3}{T_1}\right)^{\frac{k}{2(k-1)}} = r_{p,ott}$$

$e = \frac{\dot{Q}_{52}}{\dot{Q}_{42}} = \frac{T_5 - T_2'}{T_4' - T_2'}$; efficacia della rigenerazione per un ciclo reale: rapporto tra calore effettivamente trasferito al fluido caldo e trasferibile in una rigenerazione totale. T_2' temperatura in uscita dal compressore nel caso reale, T_5 temperatura di ingresso nella camera di combustione (uscita scambiatore lato freddo), T_4' temperatura uscita turbina

Coefficiente effetto utile frigorifero

$\varepsilon_{fr} = \frac{Q_0}{|L_n|}$; con Q_0 calore sottratto alla sorgente fredda e L_n lavoro netto per funzionamento frigorifero

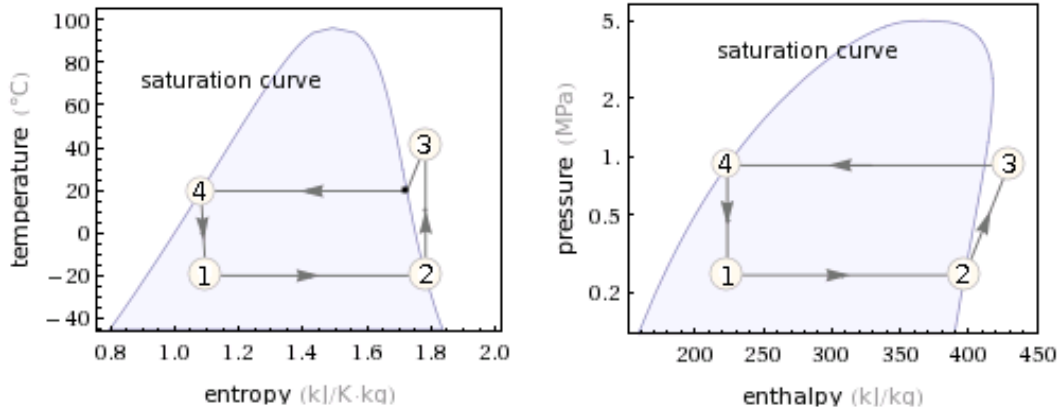
Coefficiente effetto utile pompa di calore

$$\varepsilon_{pc} = \frac{Q_1}{|L_n|}; \text{ con } Q_1 \text{ calore ceduto nel ciclo alla sorgente calda}$$

Relazione CUP CUF

$$\varepsilon_{pc} = \varepsilon_{fr} + 1$$

Ciclo inverso a vapore a semplice compressione



$$\varepsilon_{fr} = \frac{h_2 - h_1}{h_3 - h_2}$$

Ciclo frigorifero a vapore a doppia compressione

$$\varepsilon = \frac{h_2 - h_1}{(h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)}$$

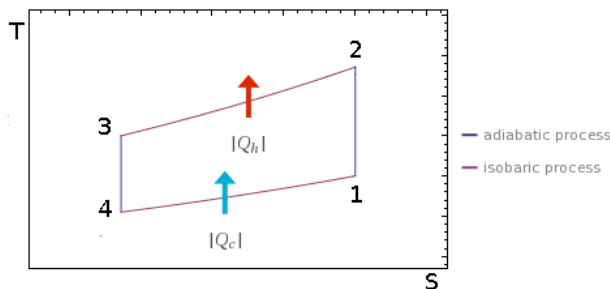
dove 3 è il punto di prima compressione (tra i punti 3 e 2 del grafico del ciclo a singola compressione), 5 è il punto di seconda compressione (nel grafico del ciclo a semplice compressione corrisponde al punto 3), 4 è il punto di termine di una isoentalpica che ha come estremi 3 e 5. Il punto 6 prende il posto del punto 4 del diagramma precedente

Ciclo frigorifero a doppie compressione e laminazione

$$\varepsilon = \frac{\dot{Q}_e}{|\dot{P}|} = \frac{h_2 - h_1}{(h_3 - h_2) + \frac{h_3 - h_8}{h_4 - h_7} (h_5 - h_4)}$$

in questo caso tra i punti 6 e 1 vi sono due isocore (da 6 al punto 7 e da 8 a 1) e una isoentalpica (da 7 a 8)

Ciclo frigorifero a gas



$$r_p = \frac{p_2}{p_1} = \frac{p_3}{p_4}; \text{ rapporto di compressione}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{r_p^{\frac{k-1}{k}} - 1}$$

Ciclo frigorifero ad assorbimento

$$\varepsilon_{fr} = \frac{Q_e}{Q_g + |P_p|} \simeq \frac{Q_e}{Q_g}$$

dove P_p è la potenza assorbita dalla pompa, Q_e la potenza scambiata dall'evaporatore e Q_g la potenza del generatore

Sistemi gassosi a più componenti non reagenti

Frazione Massica

$$\omega_i = \frac{m_i}{m_{tot}} \Rightarrow \sum_{i=1}^N \omega_i = 1$$

Frazione molare

$$x_i = \frac{n_i}{n_{tot}} \Rightarrow \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Massa molare miscela

$$\bar{\mu} = \frac{\sum_{i=1}^N n_i \mu_i}{n_{tot}} = \sum_{i=1}^N x_i \mu_i$$

Costante della miscela di gas

$$R_m = \frac{R_0}{\bar{\mu}}$$

Pressione parziale

$$p_i = \frac{n_i R_0 T}{V}$$

Legge di Dalton

$$p = \sum_{i=1}^N p_i$$

Volume parziale

$$V_i = \frac{n_i R_0 T}{p}$$

Legge di Amagat - Leduc

$$V = \sum_{i=1}^N V_i$$

Volume specifico di miscela

$$v = \frac{V}{m} = \sum_{i=1}^N \omega_i v_i$$

Grandezze termodinamiche di miscela

$$U = mu = \sum_{i=1}^N m_i u_i$$

$$H = mh = \sum_{i=1}^N m_i h_i$$

$$S = ms = \sum_{i=1}^N m_i s_i$$

in termini specifici:

$$u = \sum_{i=1}^N \omega_i u_i$$

$$h = \sum_{i=1}^N \omega_i h_i$$

$$s = \sum_{i=1}^N \omega_i s_i$$

Calori specifici di miscela

$$c_v = \sum_{i=1}^N \omega_i c_{vi}$$

$$c_p = \sum_{i=1}^N \omega_i c_{pi}$$

Umidità specifica

$$x = \frac{m_v}{m_a} = 0.622 \frac{p_v}{p-p_v} = 0.622 \frac{\varphi p_s}{p-\varphi p_s} \left[\frac{kg_{vap} H_2O}{kg_{aria secca}} \right]$$

dove m_v è la massa di vapore acqueo, m_a la massa di aria secca, p_v la pressione parziale del vapor d'acqua, p la pressione totale della miscela di aria umida, p_s la pressione di saturazione e φ l'umidità relativa

Umidità relativa

$$\varphi = \left. \frac{m_v}{m_s} \right|_{T=const} = \left. \frac{p_v}{p_s} \right|_{T=const}$$

dove m_s è la massa di vapore acqueo in condizioni di saturazione e p_s la pressione di saturazione

Entalpia aria umida

$H = m_a h_a + m_v h_v$ [J]; entalpia totale di miscela, h_a è l'entalpia totale di aria secca

dividendo per la massa di aria secca:

$$h = h_a + x h_v \left[\frac{J}{kg} \right]$$

$h_a = c_{pa} t$; fissando nulla l'entalpia a $0^\circ C$, c_{pa} è il valore medio del c_p dell'aria secca in condizioni standard

$$h = 1.006t + (2.501 + 1.875)x \left[\frac{kJ}{kg} \right]$$

Equazioni di bilancio delle trasformazioni psicrometriche

poste le grandezze con il pedice 1 in ingresso nel sistema, quelle con pedice 2 in uscita dal sistema, e quelle con pedice l per indicare ventuale acqua immessa nel sistema

$$\dot{m}_{a_2} h_2 - \dot{m}_{a_1} h_1 - \dot{m}_l h_l = \dot{Q}; \text{ equazione dell'energia}$$

$$\dot{m}_{a_2} - \dot{m}_{a_1} = 0; \text{ conservazione della massa d'aria secca}$$

$$\dot{m}_{a_2} x_2 - \dot{m}_{a_1} x_1 - \dot{m}_l = 0; \text{ conservazione della massa d'acqua}$$

$\frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} = h_1 + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_l}$; retta di lavoro della trasformazione psicrometrica (riportata su diag. Mollier)

Fattore termico

$$R = \frac{\dot{Q}_s}{\dot{Q}_t} = \frac{c_{p,au}(t_2 - t_1)}{h_2 - h_1} = 1 - r \frac{x_2 - x_1}{h_2 - h_1}$$

↗ *adiabatica* $\dot{Q}_t = 0 \Rightarrow R = \pm\infty$
→ *x costante* $\dot{Q}_l = 0 \Rightarrow R = 1$
↘ *t costante* $\dot{Q}_s = 0 \Rightarrow R = 0$

Umidificazione adiabatica

$h_l = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow h_2 - h_1 = 0$; con h_l entalpia dell'acqua introdotta dall'umidificatore

Umidificazione a vapore

$$h_v = \frac{h_2 - h_1}{x_2 - x_1}; h_v \text{ entalpia del vapore introdotto dall'umidificatore}$$

$$\frac{t_2 - t_1}{x_2 - x_1} = \frac{h_v - \bar{h}_v}{c_{pa}}; \text{ posto } \bar{h}_v \text{ valore medio dell'entalpia del vapore tra i punti 1 e 2}$$

Riscaldamento e raffreddamento senza deumidificazione

$$\dot{Q}_{12} = \dot{m}_a (h_2 - h_1); Q_{12} \text{ calore introdotto o asportato}$$

Raffreddamento con deumidificazione

$f_{bp} = \frac{h_2 - h_s}{h_1 - h_s}$; fattore di by-pass, s si trova sul diagramma psicrometrico in corrispondenza di $\varphi = 100\%$ e $t = t_{batt\ raffer}$

$$\dot{m}_a (h_2 - h_1) \simeq \dot{Q}_{12}$$

Miscelazione adiabatica di 2 portate d'aria

indicando le portate in ingresso con i pedici 1 e 2 e quella in uscita con il pedice 3:

$$\frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1} = \frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} = \frac{\dot{m}_{a1}}{\dot{m}_{a2}}$$

Generalità sulla trasmissione del calore

Energia di un sistema

$$\dot{E}_{sist} = mc \frac{dT}{d\tau}$$

valida per solidi e fluidi incomprimibili non in cambiamento di fase

Conduzione

$q_x = -kA \frac{dT}{dx}$; legge di Fourier per lastra di spessore infinitesimo, q_x potenza termica trasmessa in direzione x , k $\left[\frac{W}{mK}\right]$ coefficiente di conducibilità termica, A superficie di scambio termico

$$q_x = -k \frac{A}{L} (T_1 - T_2) ; \text{ legge di Fourier per lastra di spessore } L$$

Convezione

$\frac{T(y) - T_s}{T_\infty - T_s} < 0.99$; definizione di strato limite termico

$$q = hA (T_s - T_\infty) ; \text{ legge di Newton, } h \left[\frac{W}{m^2K}\right] \text{ coefficiente convettivo}$$

Irraggiamento

$q = A\sigma T_s^4$; legge di Boltzmann per corpi neri, $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$ costante di Stefan - Boltzmann, T_s temperatura della superficie

$$q = \varepsilon A\sigma T_s^4 ; \text{ legge di Boltzmann per corpi grigi, } \varepsilon \text{ emissività}$$

Conduzione

Legge di Fourier

$\nabla^2 T + \frac{\dot{q}_g}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\delta T}{\delta \tau}$; supposti i sistemi isotropi, indeformabili e a conduttività costante e non dipendente dalla direzione. \dot{q}_g calore generato, α diffusività termica

Diffusività termica

$\alpha = \frac{1}{\rho c}$; ρ densità, c calore specifico

Analogia elettrotermica

salto termico	ΔT	\rightleftharpoons	ΔV	differenza di potenziale
potenza termica	q	\rightleftharpoons	i	intensità di corrente
area	A	\rightleftharpoons	A	area
lunghezza	L	\rightleftharpoons	L	lunghezza
conducibilità termica	k	\rightleftharpoons	σ	conducibilità elettrica
capacità termica	$\rho c V$	\rightleftharpoons	C	capacità elettrica

Resistenza termica

$R_t = \frac{L}{kA}$; per conduzione

$R_t = \frac{1}{hA}$; per convezione

Parete piana multistrato

$q_x = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{R_{tot}} = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{h_1 A} + \sum_{i=1}^N \frac{L_i}{k_i A} + \frac{1}{h_2 A}}$; i pedici 1 e 2 indicano le pareti a contatto con l'ambiente (ossia quelle esterne)

Trasmittanza o coefficiente termico globale U

utilizzata al posto della resistenza termica, per sistemi composti

$$UA = \frac{1}{R_{tot}}$$

$$q_x = UA(T_{\infty,1} - T_{\infty,2})$$

Parete cilindrica multistrato

indicando il raggio più interno con il pedice 1 e quello esterno con il 4

$$q_r = \frac{T_{\infty,1} - T_{\infty,2}}{\frac{1}{2\pi r_1 L h_1} + \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{2\pi k_A L} + \frac{\ln \frac{r_3}{r_2}}{2\pi k_B L} + \frac{\ln \frac{r_4}{r_3}}{2\pi k_C L} + \frac{1}{2\pi r_4 L h_2}}$$

dove k_a , k_b , e k_c indicano le conducibilità dei 3 strati della parete

Raggio critico

$$r_{cr} = \frac{k}{h}$$

Conduzione con generazione di calore

supposto un conduttore cilindrico di raggio r_0 si ha e T_∞ la temperatura del fluido che lambisce il conduttore:

$T_s = T_\infty + \frac{\dot{q}_g r_0}{2h}$; temperatura superficiale conduttore, \dot{q}_g calore generato e h coefficiente convettivo dell'ambiente circostante

$T_0 = T_s + \frac{\dot{q}_g r_0^2}{4k}$; temperatura massima sull'asse del conduttore

Numero di Biot

$Bi = \frac{R_{conduttiva}}{R_{convettiva}} = \frac{hL_c}{k}$; se < 0.1 si può applicare metodo parametri concentrati con errore $< 5\%$

dove L_c è la lunghezza caratteristica, esprimibile come:

$$L_c = \frac{V_{corpo}}{A_{scambio\ termico}}$$

Metodo delle capacità concentrate

dato un corpo di superficie A_s , volume V e calore specifico c , alla temperatura iniziale T_i ed immerso in un fluido a temperatura T_∞ , l'andamento temporale della temperatura del corpo è:

$$T(\tau) = T_\infty + (T_i - T_\infty) e^{-\frac{hA_s}{\rho V c} \tau}$$

$T(\tau) = T_\infty + (T_i - T_\infty) e^{-\frac{UA_s}{\rho V c} \tau}$; per sistemi con isolante di capacità termica trascurabile

e la costante di tempo è:

$\tau_i = \left(\frac{1}{hA_s}\right) (\rho V c) = R_t C_t$; con R_t resistenza termica convettiva, C_t capacità termica globale del solido

$$Q = \rho V c (T_i - T_\infty) \left(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau_i}}\right) ; \text{ calore scambiato dal sistema}$$

$$Fo = \frac{\alpha \tau}{L_c^2} ; \text{ numero di Fourier, } \alpha \text{ diffusività termica}$$

si ha anche:

$$T(\tau) = T_\infty + (T_i - T_\infty) e^{-(Bi \cdot Fo)}$$

Convezione

Numero di Nusselt

$Nu = \frac{hL_c}{k}$; con L_c lunghezza caratteristica della geometria considerata

Numero di Reynolds

$Re = \frac{\rho u L_c}{\mu} = \frac{u L_c}{\nu}$; u velocità fluido, ν viscosità cinematica fluido

Numero di Prandtl

$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu c}{k}$; α diffusività termica fluido, μ viscosità dinamica del fluido

Deflusso parallelo a lastra piana

si ricava h dal numero di Nusselt e si calcola il flusso termico con la legge di Newton

Temperatura di film

riferendosi sempre alla lastra piana:

$$T_f = \frac{T_p + T_\infty}{2}$$

Deflusso su superfici curve e cilindriche

si valuterà il numero di Reynolds sul diametro

$Re_D = \frac{u_\infty D}{\nu}$; u_∞ velocità del fluido che insiste sulla curva

Formula di Churchill e Bernstein

$$\overline{Nu} = 0.3 + \frac{0.62 Re_D^{0.5} Pr^{0.33}}{\left[1 + \left(\frac{0.4}{Pr}\right)^{0.66}\right]^{0.25}} \left[1 + \left(\frac{Re_D}{28200}\right)^{0.625}\right]^{0.8} ; Re_D Pr > 0.2$$

Banchi di tubi allineati investiti ortogonalmente

il numero di Reynolds si valuterà in base alla velocità massima; con D diametro dei tubi e S_T distanza, tra i centri dei tubi, ortogonale al flusso:

$$V_{MAX} = \frac{S_T}{S_T - D} V_\infty$$

$$\overline{Nu}_D = 0.52 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0.25} ; \text{formula di Zhukauskas, } 100 \leq Re_D \leq 10^3$$

Banchi di tubi sfalsati investiti ortogonalmente

con D diametro dei tubi, S_T distanza, tra i centri dei tubi, ortogonale al flusso e S_D distanza, tra i centri, di due tubi non allineati:

$$V_{MAX} = \frac{S_T}{2(S_D - D)} V_\infty$$

$$\overline{Nu}_D = 0.71 Re_D^{0.5} Pr^{0.36} \left(\frac{Pr}{Pr_s}\right)^{0.25} ; \text{formula di Zhukauskas, } 100 \leq Re_D \leq 10^3$$

Temperatura media logaritmica fascio tubi

$\Delta T_{ml} = \frac{(T_s - T_i) - (T_s - T_u)}{\ln \frac{T_s - T_i}{T_s - T_u}}$; T_s temperatura media parete tubi, T_i temperatura fluido ingresso banco, T_u temperatura uscita fluido

Potenza scambiata da fascio di tubi

$q = N \pi D \bar{h} \Delta T_{ml}$; N numero tubi del fascio

Flusso termico per moti interni

$q = h(T_p - T_m)$; T_p temperatura di parete, T_m temperatura media di massa o di mescolamento in tazza

Temperatura media massima

supposto il fluido incomprimibile e la sezione circolare:

$$T_m = \frac{2}{u_m r_0^2} \int_0^{r_0} u T r dr$$

Temperatura interna lungo tubazione con flusso termico costante

$T_x(x) = \frac{qP}{mc}x + T_{m,i}$; P perimetro tubazione, x distanza dall'imbocco, $T_{m,i}$ temperatura media sezione ingresso

Temperatura interna lungo tubazione con temperatura di parete costante

$T_m(x) = T_p - (T_p - T_{m,i})e^{-\frac{Ph}{mc}x}$; T_p temperatura di parete

$\Delta T_{ml} = \frac{(\Delta T_u - \Delta T_i)}{\ln \frac{\Delta T_u}{\Delta T_i}}$; temperatura media logaritmica per il tubo in oggetto, T_i e T_u temperature di ingresso e di uscita del fluido

$q_{conv} = A_s h \Delta T_{ml}$ calore scambiato dalla tubazione per convezione

Diametro idraulico

$D_h = \frac{4A_c}{P}$; con A_c area della sezione trasversale del condotto occupata dal fluido e P perimetro, del condotto, bagnato dal fluido

Numero di Grashof

$$Gr = \frac{g\beta L_c^3 (T_p - T_\infty)}{v^2}$$

che è l'equivalente di Reynolds per la convezione naturale, con g accelerazione di gravità, β modulo di dilatazione termica ($\beta = \frac{1}{T_\infty}$ per i gas perfetti, con la temperatura in Kelvin)

Numero di Rayleigh

$$Ra = Gr Pr = \frac{g\beta L_c^3 (T_p - T_\infty)}{v\alpha}$$

I Correlazione di Mc Adams

valida per lastre piane verticali e cilindri di elevato diametro ($\frac{D}{L} > 35 \frac{1}{\sqrt[3]{Gr}}$)

$$Nu = 0.59 Ra^{\frac{1}{4}}; Pr \simeq 1 \text{ e } 10^4 < Ra < 10^9$$

$$Nu = 0.13 Ra^{\frac{1}{4}}; Pr \simeq 1 \text{ e } 10^9 < Ra < 10^{13}$$

Correlazione di Lewadowsky

valida per lastre piane orizzontali con superficie superiore riscaldata e flusso termico ascendente (o viceversa)

$$Nu = 0.766 Ra^{\frac{1}{5}}; 10^4 < Ra < 10^7$$

$$Nu = 0.173 Ra^{\frac{1}{3}}; 10^5 < Ra < 10^8$$

II Correlazione di Mc Adams

valida per lastre piane orizzontali con superficie superiore riaffreddata e flusso termico discendente (o viceversa)

$$Nu = 0.27 Ra^{\frac{1}{4}}; 3 \cdot 10^5 < Ra < 10^{10}$$

Correlazione di Churchill e Chu

valida per cilindri orizzontali

$$\overline{Nu}_D = \left\{ 0.60 + \frac{0.387 Ra_D^{\frac{1}{6}}}{\left[1 + \left(\frac{0.559}{Pr} \right)^{\frac{9}{16}} \right]^{\frac{8}{27}}} \right\}^2 ; 10^{-5} < Ra_D < 10^{12}$$

Irraggiamento

Relazione frequenza - lunghezza d'onda

$\lambda = \frac{c}{\nu}$; con λ lunghezza d'onda, c velocità della luce nel vuoto e ν frequenza della radiazione

Potere emissivo totale di una superficie diffusa

$E = \pi \int_0^\infty I_{\lambda,e}(\lambda) d\lambda = \pi I_e$; I_e intensità totale della radiazione emessa

Irradianza totale

$G = \int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda$

Irradanza diffusa

$G = \pi I_i$; I_i intensità della radiazione che investe la superficie

Radiosità per superficie emettitore e riflettore diffuso

$J = \pi I_{e+r}$

Legge di Planck per corpo nero

$$E_{\lambda,b}(\lambda, T) = \frac{C_1}{\lambda^5 \left(e^{\frac{C_2}{\lambda T}} - 1 \right)}$$

con $C_1 = 2\pi h c_0^3$, $C_2 = \frac{hc_0}{k}$, $h = 6.625 \cdot 10^{-34} Js$ costante di Planck, $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$ costante di Boltzmann e $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$ velocità della luce nel vuoto

Legge di Wien

$\lambda_m T = 2897,6 [\mu m K]$; dove λ_m è la lunghezza d'onda a cui corrisponde il massimo potere emissivo monocromatico del corpo nero

Legge di Stefan - Boltzmann

$E_b = \sigma T^4$; $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \left[\frac{W}{m^2 K^4} \right]$

Fattore di vista

$F_{ij} = \frac{E_{c,j}}{E_{tot,i}}$; $E_{c,j}$ energia emessa dalla superficie i che intercetta la superficie j , $E_{tot,i}$ energia totale emessa da i

Fattore di vista per piastre parallele con assi simmetria allineati

$F_{ij} = \frac{[(W_i + W_j)^2 + 4L^2]^{0.5} - [(W_j - W_i)^2 + 4L^2]^{0.5}}{2W_i}$; con i piastra di superficie minore tra le due

$W_i = \frac{w_i}{L}$; w_i lunghezza piastra, L distanza tra le piastre

$W_j = \frac{w_j}{L}$; w_j lunghezza piastra

Fattore di vista per piastre inclinate di uguale lunghezza ed un lato in comune

$F_{ij} = 1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$; α angolo tra le piastre

Fattore di vista per piastre perpendicolari con un lato in comune

$F_{ij} = \frac{1 + \frac{w_j}{w_i} - \left[1 + \left(\frac{w_j}{w_i} \right)^2 \right]^{0.5}}{2}$; w_i lunghezza piastra, w_j lunghezza piastra

Fattore di vista per dischi paralleli con centri sulla stessa normale

$$F_{ij} = \frac{1}{2} \left[X - \sqrt{X^2 - 4 \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2} \right]; \text{ con 1 disco di raggio maggiore tra i due}$$

$$R_1 = \frac{r_1}{h}; r_1 \text{ raggio del disco 1, } h \text{ distanza tra i dischi}$$

$$R_2 = \frac{r_2}{h}; r_2 \text{ raggio del disco 2}$$

$$X = 1 + \frac{1+R_2^2}{R_1^2}$$

Scambio termico tra superfici nere

$q_i = \sum_{j=1}^N A_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4)$; potenza scambiata da N superfici nere formanti una cavità

Scambio termico tra superfici grigie

$$q_i = \frac{E_{b,i} - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}}; \frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i} \text{ si dice resistenza superficiale alla radiazione}$$

Scambio termico tra superfici grigie formanti una cavità

$$q_i = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{F_{ij} A_i}}; \frac{1}{F_{ij} A_i} \text{ si dice resistenza geometrica}$$

$$\frac{E_{b,i} - J_i}{\frac{1-\varepsilon_i}{A_i \varepsilon_i}} = \sum_{j=1}^N \frac{J_i - J_j}{\frac{1}{F_{ij} A_i}}; \text{ utile quando è nota la temperatura di superficie}$$

Scambio termico in una cavità formata da 2 superfici grigie

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2} - 1}; \text{ lastre piane parallele}$$

$$q_{12} = \frac{\sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)}; \text{ cilindro 1 interno al cilindro 2}$$

$$q_{12} = \frac{A_1 \sigma(T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1-\varepsilon_2}{\varepsilon_2} \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2}; \text{ sfera 1 concentrica alla sfera 2}$$

Scambiatori di calore

Bilancio termico

$\dot{m}_c c_c (t_{c,i} - t_{c,u}) = \dot{m}_f c_f (t_{f,i} - t_{f,u})$; c pedice per lato caldo, f pedice per lato freddo

Temperatura media logaritmica

$\Delta T_{ml} = \frac{\Delta T_2 - \Delta T_1}{\ln\left(\frac{\Delta T_2}{\Delta T_1}\right)}$; ΔT_1 differenza di temperatura fluidi alla sezione di ingresso, ΔT_2 differenza di temperatura fluidi alla sezione di uscita

Calore scambiato tra i due circuiti

$$q = UA\Delta T_{ml}$$

Efficienza di uno scambiatore di calore

$\varepsilon = \frac{q}{q_{max}}$; q calore scambiato, q_{max} calore massimo scambiabile

Number Transfer Unit NTU

$NTU = \frac{UA}{C_{min}}$; C_{min} capacità termica minima dei fluidi

Efficienza per alcuni scambiatori

$$\begin{array}{l} \nearrow \frac{1 - e^{-NTU(1+C_r)}}{1+C_r} ; \text{flusso equicorrente} \\ \varepsilon \rightarrow \frac{1 - e^{-NTU(1-C_r)}}{1 - C_r e^{-NTU(1-C_r)}} ; \text{flusso controcorrente} \quad ; C_r = \frac{C_{min}}{C_{max}} \\ \searrow \varepsilon = 1 - e^{-NTU} ; \text{ebollizione o condensazione} \end{array}$$